Exercice 7

Les cinq lancers du dé sont indépendants et à chaque lancer il y a deux résultats un succès (obtenir le chiffre 4) de probabilité $p = \frac{1}{4}$ et un échec donc X suit une loi binomiale B $(5, \frac{1}{4})$ d'où :

$X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$$\boxed{p(X = k) = C_5^k (\frac{1}{4})^k (\frac{3}{4})^{5-k}; \quad k \in \{0,1,2,3,4,5\}}$$

Aussi on a : $E(X) = nxp = 5.\frac{1}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow \boxed{E(X) = 1,25}$

Exercice 8

a) X suit une loi binomiale B $(100, \frac{1}{50})$ donc :

$X(\Omega) = \{0, 1, 2, \ldots, 100\}$

$$\boxed{p(X = k) = C_{100}^k (\frac{1}{50})^k (\frac{49}{50})^{100-k}; \quad k \in \{0,1,2,\ldots,100\}}$$

b) $E(X) = nxp = 100.\frac{1}{50} = 2$

Exercice 9

V1-V1* B0-B1-B (-1)

1) On désigne par F l'événement : obtenir face au cour du lancer de la pièce de monnaie on a $p(F) = \frac{1}{2}$

Soit $\overline{F}$ 'événement contraire de F c'est-à-dire obtenir la face pile au cour du lancer de la pièce de monnaie

a) D'après le principe de probabilité totale on a :

$$p(A) = p(F \cap A) + p(\overline{F} \cap A)$$
$$= p(F).p(A \mid F) + p(\overline{F}).p(A \mid \overline{F})$$
$$= \frac{1}{2} x \frac{C_3^1 x C_1^1}{C_5^2} + \frac{1}{2} x \frac{(3^1 x 1^1) x 2 + 1^2}{5^2}$$
$$= \frac{3}{20} + \frac{7}{50} = \frac{29}{100} \Rightarrow \boxed{p(A) = 0,29}$$

b) C'est l'événement : obtenir face sachant que A est réalisé donc :

$$p(F \mid A) = \frac{p(F \cap A)}{p(A)} = \frac{\frac{3}{20}}{\frac{29}{100}} = \frac{15}{29}$$

c) • Soit Y l'aléa numérique prenant pour valeur le nombre de fois où l'événement A est réalisé au cours des n épreuves repérées de la même manière et qui sont indépendantes ainsi Y suit une loi binomiale de paramètre n et $p = p(A) = \frac{29}{100}$

On a : $p_n = 1 - p(Y = 0)$

$$= 1 - C_n^0 (\frac{29}{100})^0 (\frac{71}{100})^n$$

D'où $\boxed{p_n = 1 - (\frac{71}{100})^n}$

• $p_n \geq 0,95 \Leftrightarrow 1 - (\frac{71}{100})^n \geq 0,95$

Ln : log népérien

$\Leftrightarrow (\frac{71}{100})^n \leq 0,05 \Leftrightarrow Ln(\frac{71}{100})^n \leq \ln(0,05)$

$\Leftrightarrow n Ln(\frac{71}{100}) \leq \ln(0,05) \Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,05)}{Ln(\frac{71}{100})}$

$\Leftrightarrow n \geq 8,746$

Conclusion : le plus petit entier n vérifiant $p_n \geq 0,95$ est n = 9

2) • Loi de probabilité de X:

$X(\Omega) = \{1, 2, 3\}$

$p(X = 1) = \frac{3}{5} = \frac{6}{10} \longrightarrow (B, \ldots.)$

$p(X = 2) = \frac{2}{5} x \frac{3}{4} = \frac{3}{10} \longrightarrow (V, B \ldots.)$